

Potencias, radicales y logaritmos

1. LECTURA COMPRENSIVA

En este tema podríamos proponer un trabajo biográfico sobre John Napier con el siguiente esquema:

Apuntes biográficos:

1. Detalles históricos y geográficos.
2. Aportación a las matemáticas.
3. Otras aportaciones.

Una página web interesante es la siguiente:

<http://biografias.blogspot.com/2007/07/john-napier.html>

2. LO QUE VAMOS A ENSEÑAR

EN BUSCA DEL CONOCIMIENTO. SABER PARA CONOCER

Trabajando el conocimiento

Para el desarrollo de las clases podemos utilizar el siguiente guión:

1. Potencias de exponente natural y entero

Definición. Propiedades operativas. Deducción del valor de a^0 y de a^{-n} . Utilización de la calculadora.

2. Radicales

Definición. Radical como potencia. Radicales equivalentes. Propiedades operativas. Extraer e introducir factores dentro de la raíz. Simplificar sumas y restas de radicales. Racionalización

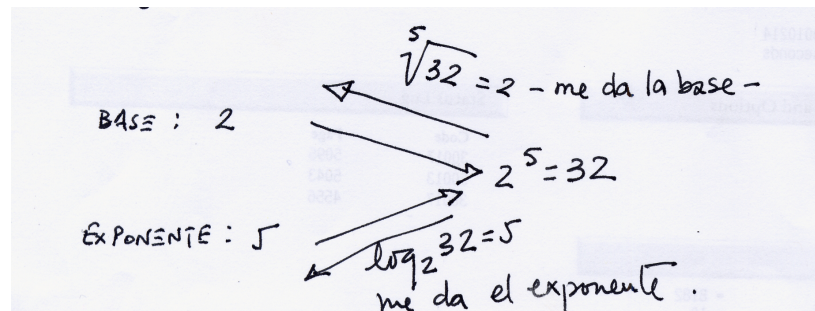
3. Logaritmos

Es el concepto nuevo y más difícil de entender.

Podríamos empezar con dos anotaciones:

1. Los símbolos de las operaciones: La resta en la Edad Media se ponía como *minus*. La raíz se escribía así, más tarde sólo la 'r' y después acabó con el símbolo actual. El logaritmo es una operación que no ha evolucionado a signo especial, pero es el símbolo de una operación: log.

2. La potenciación admite dos inversas. Este gráfico puede ayudar a entenderlo:



Luego vendría el desarrollo normal:

Definición. Logaritmo decimal, neperiano. Uso calculadora. Propiedades operativas.

4. Crecimiento y decrecimiento exponencial (o natural)

Se llama así porque la variable es el exponente. Natural podemos llamarlo porque es el modo de crecimiento más propio de la naturaleza.

Podríamos empezar proponiendo cómo evoluciona 100€ que tengo guardados en una hucha al cabo de los años. Lógicamente tendría: 100, 100, 100,...

Pero si los invierto en un Banco que me da el 50% anual el resultado sería:

100, $100 \cdot 1'5 = 150$, $150 \cdot 1'5 = 225$,...

Es decir, lo que tengo más la tasa de crecimiento, que en este caso es 50% = 0'5.

Desde aquí se plantea con facilidad la fórmula:

$$C = c(1 \pm r)^t$$

Un vídeo interesante sería *Potències de 10*:

www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=19956

Como está en catalán se debería hacer una introducción y pasarlo dos veces.

Para la toma de datos después de la proyección les pediremos que escriban en una hoja en cada fila: 10^0 , 10^1 , ..., 10^{24} ; y después: 10^{-1} , 10^{-2} , ..., 10^{-15} . Que son las potencias que aparecen y en este orden.

En cada línea les diremos que anoten que ejemplo nos da de esa dimensión y si recibe algún nombre especial.

Con ello les pediremos que realicen una redacción que sintetice el contenido de la proyección.

Al final de esta unidad tenemos el texto en catalán y la traducción al castellano.

Se puede proponer también que un par de alumnos por tema expongan en tres minutos ante sus compañeros los temas siguientes:

1. La biografía del tema.
2. Una síntesis de la proyección.

En esta parte se pueden ir dando apuntes sobre cómo hablar en público destacando cada día un aspecto.

Ejercicios prácticos para asentar el concepto

Sería suficiente seleccionar algunos de los que vienen en cualquier libro de texto.

Trabajo sobre la biografía de un matemático según se indica más arriba.

Ejercicios utilizando el programa *wiris*. Es un programa de cálculo bastante bueno y sencillo. Con el libro de Bruño viene una versión libre. También se puede utilizar en www.wiris.com

En el libro de Bruño, al final de cada capítulo, vienen unos ejercicios utilizando el programa *wiris*. Se pueden proponer algunos de los ejercicios que hayamos utilizado para resolver con el programa.

Se puede utilizar *online* en las siguientes direcciones:

<http://herramientas.educa.madrid.org/wiris/>

<http://www.wiris.com/demo/es/>

COMPETENCIAS BÁSICAS DE LA PROPIA ASIGNATURA. SABER PARA APLICAR

(Aplicabilidad personal, familiar, social, cultural,...)

- Ser capaz de operar con soltura con potencias y radicales.
- Ser consciente de los distintos órdenes de magnitudes que hay en el Universo y los seres que se dan en ese orden.
- Ser capaz de operar con soltura con logaritmos.

- Saber utilizar correctamente la calculadora en cálculos que envuelvan potencias, radicales y logaritmos.
- Saber reconocer los procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial y calcularlos.

COMPETENCIAS BÁSICAS COMO EJERCICIO TRANSVERSAL DENTRO DE LA UNIDAD

1. Competencia en comunicación lingüística

A través de los trabajos sobre la biografía de un matemático y la redacción sobre la visualización del vídeo que se exponen más arriba.

Por medio de la exposición oral en el aula del trabajo sobre la biografía y la del vídeo.

2. Competencia matemática

Ya viene desarrollada en toda la unidad.

3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

En el desarrollo de la unidad el vídeo que se propone presenta una perspectiva muy interesante del Universo recorriéndolo desde el mundo humano hasta los confines de lo más grande y lo más pequeño. En él se ve cómo cada orden de magnitud tiene su propia estructura que es diferente de los demás órdenes.

También es interesante la última parte que se dedica al crecimiento y decrecimiento exponencial que es el más abundante en la naturaleza. Aquí son numerosos los campos que podemos abordar: evolución de poblaciones, evaporación, desintegración radioactiva,...

4. Tratamiento de la información y competencia digital

La lectura del libro de texto, la consulta de internet en la página reseñada más arriba, el visionado del vídeo suponen un tratamiento de la información por las actividades que se proponen.

La utilización de internet para recabar información y del programa *wiris* son dos desarrollos interesantes de la competencia digital.

5. Competencia social y ciudadana

Esto lo cultivaremos por los momentos de trabajo en clase. Trabajo en equipo con su compañero, exposición de preguntas o sugerencias,... Los debates después de visionar el vídeo.

6. Competencia cultural y artística

La historia de los logaritmos permite hacer un excursio por el desarrollo de las técnicas de cálculo.

El recorrido que proponen el vídeo sobre las potencias de 10 permite admirar la maravilla del universo y su orden, así como la pericia humana para ir descubriéndolo.

7. Competencia para aprender a aprender

La utilización del programa *wiris* requiere un grado de labor autodidacta. También la utilización del libro de texto para resolver dudas y la consulta en internet.

8. Autonomía e iniciativa personal

Sobre todo en la elaboración de los trabajos que tienen su parte abierta y facilitan la investigación personal así como la exposición de la propia percepción de las cosas.

3. EVALUACIÓN

EVALUACIÓN COMÚN DEL SABER PARA CONOCER

La realización de un ejercicio sobre los conocimientos parece el núcleo de nuestra evaluación.

Parece que este apartado no ofrece mayor problema. Tendríamos que seleccionar ejercicios teóricos y prácticos de cada uno de los apartados del guión previsto. Podríamos evaluar los siguientes conocimientos:

- Utiliza los conceptos, procedimientos y terminología de las potencias, radicales y logaritmos con propiedad.
- Utiliza las propiedades de las potencias para expresar en forma de una sola potencia resultados de operaciones con potencias.
- Simplifica radicales, extrae factores fuera del radical e introduce factores dentro del signo radical con corrección.
- Calcula la suma de radicales, la resta de radicales, la multiplicación de radicales, la división de radicales, la potencia de un radical, la raíz de un radical y racionaliza denominadores.
- Calcula logaritmos decimales y neperianos utilizando la calculadora y las propiedades de los logaritmos.
- Resuelve problemas aritméticos con potencias, radicales y logaritmos.

EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS DE SABER PARA APLICAR

La selección de algunos problemas que estén relacionados con los contenidos anteriores.

APÉNDICE

Potències de 10

"Dígits" fa, en aquest capítol, un viatge a través de les mesures conegudes, les més grans i les més petites. Així, es mesura l'espai estellar i l'espai subatòmic.

El viatge comença a un metre de terra: 10 elevat a zero metres. Tot seguit, la imatge s'allunya. A uns quants metres d'altura es veuen els terrats de les cases. A 100 metres es distingeixen els perfils dels carrers i, més a munt, la ciutat sencera.

A 10 quilòmetres, els detalls de l'acció humana s'esvaeixen. A 100 quilòmetres es veu un tros del país i, des de més amunt, el continent.

A l'altura dels satèl·lits es veu la Terra, i a un milió de quilòmetres, la Terra i la Lluna. El viatge continua a 150 milions de quilòmetres: la distància entre la Terra i el Sol. Des de més lluny, s'aprecia l'òrbita de Jupiter i la de Plutó. Després, el sistema solar s'esvaeix i es veu el núvol d'Oort, un halo de roques i gel d'on provenen els cometes.

A 10 anys llum de la Terra hi ha les estrelles més pròximes, com Sírius. A 100 anys llum han arribat les emissions radiofòniques terràquies. A 1.000 anys llum es troben les estrelles de la constel·lació d'Orió. A 100.000 anys llum es veu completa la Via Làctia. A cent milions d'any llum hi ha immensos agregats de galàxies.

Tot seguit s'inicia un viatge a l'inrevés, cap a les profunditats de la matèria. A 10 centímetres es pot veure una flor i una abella. A un mil·límetre s'aprecia la figura de l'ull de l'abella i, més a prop, un gra de pol·len, una cèl·lula i el seu nucli.

A un micròmetre es veu un virus i, més a prop, l'estructura del codi genètic, l'ADN. A un nanòmetre s'aprecia el núvol d'electrons d'un àtom de carboni. A un picòmetre es distingeix el nucli de l'àtom. A un femtòmetre es contempla l'interior d'un protó.

El viatge finalitza en el món dels quarks. Més enllà, no se sap si hi ha alguna cosa tangible.

"Dígitos" hace, en este capítulo, un viaje a través de las medidas conocidas, las más grandes y las más pequeñas. Así, se mide el espacio estelar y el espacio subatómico. El viaje empieza a un metro de tierra: 10 elevado a cero metros. Acto seguido, la imagen se aleja. A unos cuantos metros de altura se ven las azoteas de las casas. A 100 metros se distinguen los perfiles de las calles y, más arriba, la ciudad entera. A 10 kilómetros, los detalles de la acción humana se desvanecen. A 100 kilómetros se ve un trozo del país y, desde más arriba, el continente.

A la altura de los satélites se ve la Tierra, ya un millón de kilómetros, la Tierra y la Luna. El viaje continúa a 150 millones de kilómetros: la distancia entre la Tierra y el Sol. Desde más lejos, se aprecia la órbita de Júpiter y la de Plutón. Después, el sistema solar se desvanece y se ve la nube de Oort, un halo de rocas y hielo de donde provienen los cometas. A 10 años luz de la Tierra están las estrellas más próximas, como Sirio. A 100 años luz han llegado las emisiones radiofónicas terráqueas. A 1.000 años luz se encuentran las estrellas de la constelación de Orión. A 100.000 años luz se ve completa la Vía Láctea. A cien millones de año luz hay inmensos agregados de galaxias.

A continuación se inicia un viaje al revés, hacia las profundidades de la materia. A 10 centímetros se puede ver una flor y una abeja. A un milímetro se aprecia la figura del ojo de la abeja y, más cerca, un grano de polen, una célula y su núcleo. En un micrómetro se ve un virus y, más cerca, la estructura del código genético, el ADN. A un nanómetro se aprecia la nube de electrones de un átomo de carbono. A un picómetro se distingue el núcleo del átomo. A un femtómetro se contempla el interior de un protón.

El viaje finaliza en el mundo de los quarks. Más allá, no se sabe si hay algo tangible.

